Урок №4 (27.09.2018)
Теорема Гаусса.

1. *Поток вектора напряжённости*

Введём скалярную величину

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = ES\cos\alpha\,,$$

– она называется *поток вектора* $\vec{E}$ *через площадку* S.

Разберёмся: густота силовых линий Γ, – это число силовых линий проходящих через *единичную* площадку, *перпендикулярную* силовым линиям в данной точке, т.е. через площадку S, расположенную под углом α к силовым линиям, проходит $N = \Gamma \cdot S \cdot \cos\alpha$ силовых линий. Но $\Gamma \sim E$, следовательно $N \sim \Phi$.

Считаем входящие линии со знаком «–», а выходящие – со знаком «+».

$\Phi = (E\cos\alpha)S = E_n S$, где E_n – проекция вектора $\vec{E}$ на направление нормали $\vec{n}$.

Если поле создаётся несколькими зарядами, то $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_k$, но проекция суммы есть сумма проекций: $E_n = E_{1n} + E_{2n} + \ldots + E_{kn}$, следовательно

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \ldots + \Phi_k\,.$$

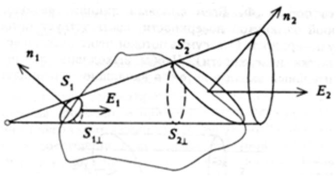
2. *Теорема Гаусса*

Элементарная формулировка, основанная на понятии силовых линий:

Полное число выходящих из некоторой поверхности силовых линий пропорционально заряду, находящемуся внутри этой поверхности.

Через поток: поток вектора напряжённости электрического поля через любую замкнутую поверхность, пропорционален полному заряду, заключённому внутри этой поверхности.

Найдём коэффициент пропорциональности. Сначала рассмотрим заряд вне по-



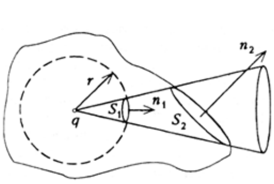
верхности. Для узкого конуса имеем: $\Phi_1 = E_1 S_1 \cos\alpha_1 = -E_1 S_{1\perp}$, $\Phi_2 = E_2 S_2 \cos\alpha_2 = E_2 S_{2\perp}$, где $E_1 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r_1^{\,2}}$, $E_2 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r_2^{\,2}}$.

Из подобия получаем

$$\frac{r_1^{\,2}}{r_2^{\,2}} = \frac{S_{1\perp}}{S_{2\perp}}\,.$$

Откуда, $\Phi_1 = -\Phi_2$.

Рассмотрим теперь заряд, находящийся внутри поверхности. Окружим заряд



сферой радиуса r. Рассуждая аналогично получаем, что $\Phi_1 = \Phi_2$, но поток через сферу $\Phi_1 = ES = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$. Итак

теорема Гаусса: поток вектора напряжённости электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен полному заряду, заключённому внутри этой поверхности, делённому на ε_0: $\Phi = \frac{\sum q_{внутр}}{\varepsilon_0}$.

3. *Задачи.*

1. Используя теорему Гаусса найти электрическое поле, создаваемое равномерно заряженным диэлектрическим шаром шаром (заряд Q), цилиндром (удельный заряд λ) и полуплоскостью (поверхностная плотность заряда σ). Построить графики зависимости поля от расстояния.
2. Напряжённость однородного электрического поля равна E. Чему равен поток напряжённости электрического поля через квадрат со стороной l, плоскость которого расположена под углом 30° к направлению электрического поля?
3. Найти отрицательные и положительные потоки однородного электрического поля напряжённости $\vec{E}$ через замкнутую поверхность прямой трёхгранной призмы, высота которой h. Передняя грань призмы, ширина которой h, перпендикулярна $\vec{E}$, нижняя грань параллельна $\vec{E}$.
4. Поток напряжённости электрического поля через плоскую поверхность, равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда σ, равен Φ. Чему равна электрическая сила, действующая на пластину в направлении, перпендикулярном её плоскости?